

# Comment expliquer l'« effet birchermüesli » dans un milieu granulaire ?

Didier Müller

Cet article est un résumé du chapitre 4 de ma thèse intitulée « Techniques informatiques efficaces pour la simulation de milieux granulaires par des méthodes d'éléments distincts ». Elle est consultable intégralement sur le site <http://roso.epfl.ch/dm/>

## Introduction

Un *milieu granulaire* est un assemblage de nombreux éléments solides, qui peuvent interagir par exemple lors de collisions, mais aussi sous l'effet de forces électromagnétiques ou gravitationnelles. Ces éléments, désignés sous le terme générique de *grains*, sont généralement arrangés de manière désordonnée et présentent souvent des différences de forme, de taille et d'état de surface. On trouve des milieux granulaires à toutes les échelles : des fines poudres compactées composant les cachets d'aspirine, en passant par les dunes du désert, jusqu'au ballast des voies ferrées et aux anneaux de Saturne. La structure et les propriétés de ces milieux ne dépendent pas seulement des caractéristiques des grains, mais aussi de l'histoire du milieu, c'est-à-dire de l'ensemble des mouvements subis, des traitements appliqués, etc.

Bien que la définition ne s'applique en principe qu'à des objets inanimés, on pourrait la généraliser aux êtres humains ou aux animaux et considérer les foules compactes, les pelotons cyclistes, les bancs de poissons et les nuées d'oiseaux comme des milieux granulaires. La différence essentielle est que chaque *grain* est doué d'intelligence et n'est pas simplement soumis aux lois de la physique. Cependant, le mouvement de chacun est entravé et dépend de la position et du mouvement des autres, comme pour les grains inertes.

Les milieux granulaires ont une place très importante dans de nombreux secteurs de l'activité humaine. En effet, on les rencontre aussi bien en génie civil (ballast des voies ferrées, sables, ciments, bétons, routes, digues, etc.), qu'en mécanique des sols et des roches, ou encore dans l'industrie pharmaceutique et chimique (mélanges de poudres), sans oublier tout le secteur agro-alimentaire (céréales, farines, design des silos, etc.). De nombreuses matières premières (céréales, charbon, sel, etc.) se présentent sous forme granulaire ou pulvérulente et sont transportées, stockées, mélangées, ou transformées. Le comportement de ces milieux sous diverses sollicitations est d'un grand intérêt : les industriels aimeraient bien, par exemple, savoir réaliser des bétons homogènes à partir de sables formés de grains de tailles différentes ou encore fabriquer des comprimés de concentrations fixes en mélangeant des poudres.

Bien que très banals, les milieux granulaires présentent une variété de comportements qui

les rendent inclassables parmi les trois états de la matière habituels, à savoir solide, liquide et gazeux. Prenons le simple exemple du tas de sable sec. Ce n'est pas un solide, car s'il résiste apparemment à la compression (ce n'est donc pas un gaz), il ne résiste pas à l'étirement. Pourtant, tant que la pente de sa surface ne dépasse pas une certaine limite, il ne se passe rien, et il s'apparente assez à un solide ; mais si la pente augmente trop, il se produit des avalanches à sa surface, ce qui donne à sa couche superficielle un caractère presque liquide. Cependant, ce n'est pas un liquide, puisque, au repos, sa surface n'est pas horizontale. Cette ambivalence a fait dire à certains auteurs qu'il s'agit là d'un quatrième état de la matière, situé entre le solide et le liquide. Ces milieux ont par ailleurs des propriétés que l'on ne trouve dans aucun des trois autres états, parmi lesquelles on peut citer l'effet de voûte et la ségrégation.

Le caractère répandu des milieux granulaires a amené les hommes de sciences à déterminer empiriquement bon nombre de leurs comportements, sans qu'il y ait une compréhension profonde de leurs propriétés. Plusieurs démarches pour les étudier ont été tentées, les plus répandues jusqu'à ces dernières années étant l'expérience en laboratoire et l'observation grandeur nature.

Cela fait plusieurs siècles que les poudres et les matériaux granulaires intéressent les chercheurs. Déjà Lucrèce, utilisant l'image de grains de poussière en perpétuelle agitation dans un rai de lumière, illustre le mouvement incessant que révélerait l'étude microscopique des atomes d'un fluide. Les observations de Kepler, Descartes ou Buffon sur des grains macroscopiques ou sur des empilements de pommes grenades et de petits pois, sont à l'origine de la science de la matière et des matériaux. Coulomb, qui s'intéressait à l'art des fortifications et au problème des talus, a pris en compte les forces de friction pour expliquer pourquoi le tas de sable ne s'étale pas sous l'effet de la pesanteur. Dès 1773, il écrivait une condition mathématique pour qu'une nappe de sable puisse glisser sur la surface d'un tas, condition qui permet d'obtenir l'inclinaison maximale d'un talus. En 1885, Reynolds faisait remarquer qu'un milieu granulaire doit d'abord se dilater pour pouvoir se déformer, sinon les grains sont trop imbriqués pour pouvoir bouger. Voilà pourquoi un paquet de café mis sous vide est pratiquement indéformable. Et c'est vers 1920, avec Terzaghi, qu'apparaissent les premiers travaux de mécanique analysant les phénomènes à l'échelle des grains ; jusqu'alors, on se contentait de la mécanique des milieux continus pour décrire le comportement des milieux granulaires.

Avec l'amélioration foudroyante des possibilités informatiques, une nouvelle approche est apparue à la fin des années septante avec l'article quasi mythique de Cundall et Strack : la simulation numérique. Bien que la puissance des ordinateurs soit encore un peu faible pour des milieux composés d'un très grand nombre de grains - disons plus de dix mille - nul doute que dans un avenir proche, étant donnée la vertigineuse courbe de progression de la puissance des ordinateurs, la simulation sera un moyen d'étude majeur. Cette approche implique une collaboration étroite entre physiciens et informaticiens pour obtenir les meilleurs résultats du point de vue du réalisme et de la rapidité des calculs.

## Convection dans les milieux granulaires soumis à des vibrations

Il a quelques années, on a (re)découvert, notamment grâce à la simulation, que lorsque l'on soumettait un milieu granulaire à des oscillations verticales, il se produisait des mouvements plus ou moins circulaires, rappelant les mouvements de *convection* apparaissant dans un liquide que l'on fait chauffer. En outre, on sait depuis plus longtemps que ces vibrations font remonter les plus grosses particules à la surface. Ce phénomène est appelé *ségrégation*, ou effet « noix du Brésil », aussi appelé « effet birchermüesli » (en effet, dans un paquet de birchermüesli que l'on secoue, les raisins secs ont tendance à remonter). Nous verrons que ces deux phénomènes (la ségrégation et la convection) sont liés.

Pour visualiser ces phénomènes, nous allons représenter un milieu granulaire par un ensemble de disques évoluant dans une boîte placée dans un plan vertical. Au début de la simulation 500 disques foncés sont posés au fond de la cuve ; sur ces disques sont ensuite déposés 500 disques clairs. Aucun autre paramètre que la couleur ne différencie ces deux types de disques. Dans ces expériences, nous avons ajouté trois disques environ dix fois plus gros que les autres, afin d'étudier leurs trajectoires. On soumet ensuite ce milieu à des vibrations. En sauvegardant à intervalles réguliers l'état du milieu, on pourra visualiser son évolution. Pour simuler les vibrations, on triche un petit peu : on ne secoue pas vraiment la boîte, mais on donne une vitesse aux parois ; tout se passe en fait comme si des petits bonshommes étaient disposés le long des murs et repoussaient les disques avec une violence variable. Comme les oscillations sont assez fortes et rapides, cela ne devrait pas avoir de conséquences sur les résultats, qualitativement du moins. La vitesse des murs sera un vecteur horizontal ou vertical dont la norme  $v$  variera au cours du temps selon la formule :

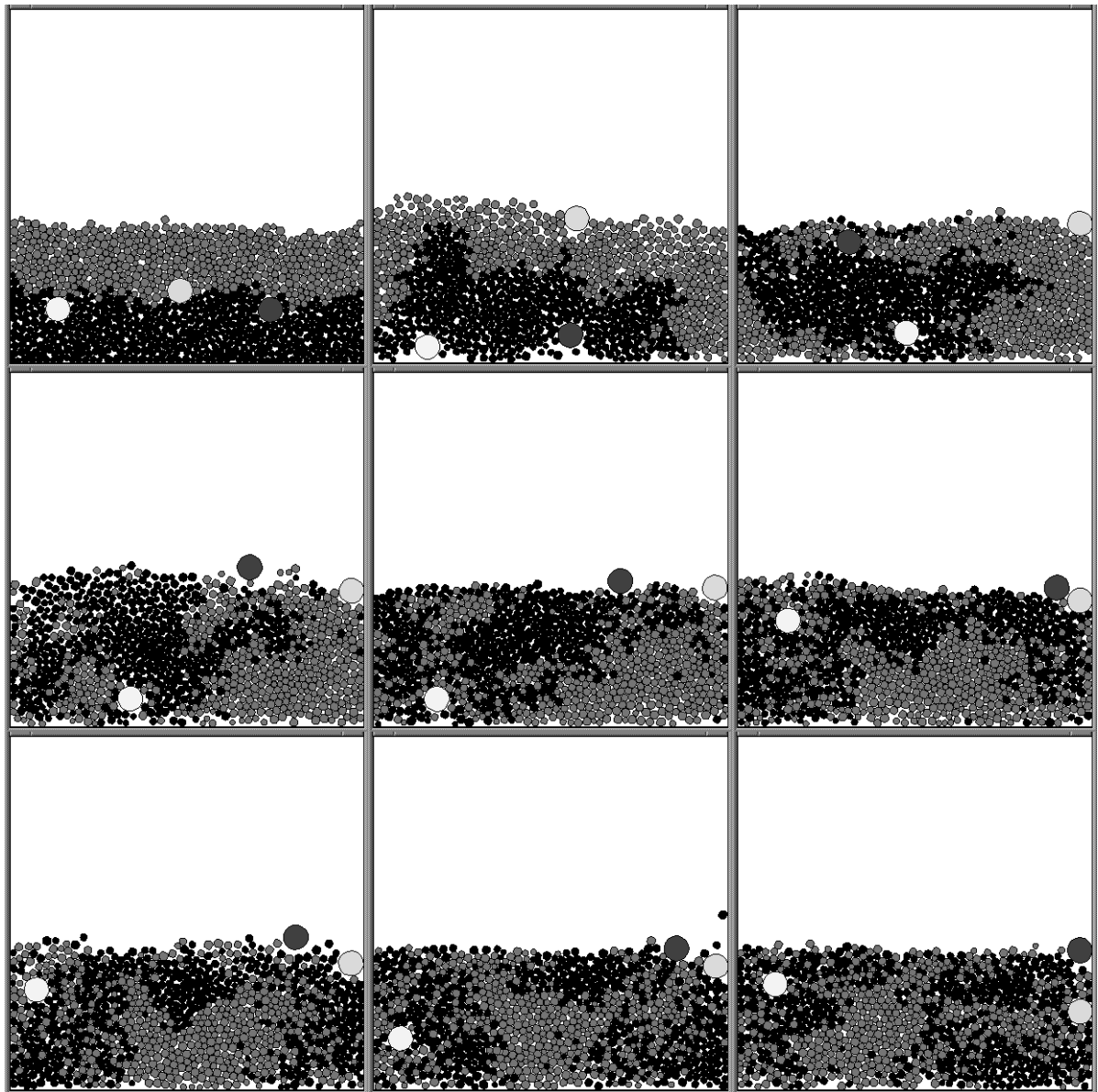
$$v = A \omega \cos(\omega t), \text{ avec } \omega = 2\pi f$$

Sauf indications contraires, pour toutes les expériences qui suivent, les caractéristiques des grains seront les suivantes : diamètres compris entre 10 et 20 mm, coefficients de friction  $\mu$  compris entre 0.4 et 0.6, coefficients de restitution  $e$  compris entre 0.4 et 0.6 (ces coefficients étant compris entre 0 et 1, nous avons pris des valeurs moyennes). Lors de chocs contre les parois,  $e$  et  $\mu$  peuvent être différents. Chaque côté de la boîte a une longueur de 1 m.

Nous présenterons à chaque fois les paramètres de l'expérience dans un tableau semblable au tableau 1, où nous donnons le type de vibrations communiquées aux parois, ainsi que les coefficients  $e$  et  $\mu$  utilisés lors d'un choc entre un disque et un mur.

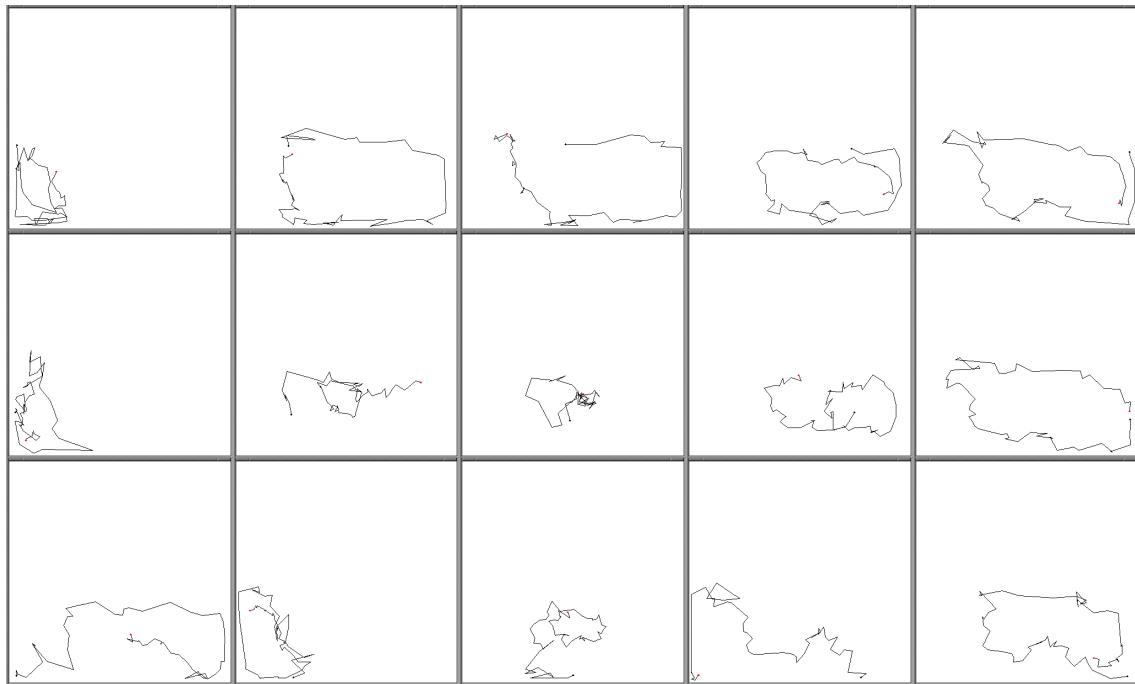
	vitesse	$A$	$f$	$e$	$\mu$
fond	verticale	400 mm	5 Hz	0.4	0.8
mur gauche	-	-	-	0.4	0.8
mur droit	-	-	-	0.4	0.8

Tableau 1. Paramètres de l'expérience A



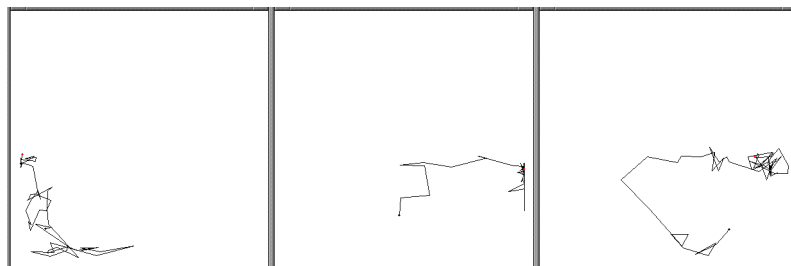
*Figure 2. Évolution du milieu sous l'effet de vibrations verticales*

Les neuf images de la fig. 2 ont été prises toutes les 5 secondes (simuler une seconde peut prendre plusieurs minutes de calcul), la première ayant été prise au temps 0. Il faut lire cette suite d'images comme une bande dessinée, de gauche à droite et de haut en bas. On voit clairement une sorte d'éruption au centre de la cuve. Les grains remontent à la surface par le centre et redescendent par les côtés. Ces mouvements circulaires deviennent clairement visibles si l'on observe les trajectoires de grains particuliers sur la fig. 3. À la position de chaque case de cette mosaïque correspond la position initiale du grain. Ainsi, dans la case centrale, on a dessiné la trajectoire d'un grain se trouvant initialement au centre du milieu granulaire. La position finale est obtenue après une minute. Ces trajectoires sont construites en reliant les points consécutifs qu'occupait le grain seconde après seconde.



**Figure 3.** Trajectoires de certains grains

Les gros grains, en particulier celui de droite, ne font pas que monter, mais ils sont pris dans les maelströms qui se forment à l'intérieur du milieu granulaire. Toutefois, une fois qu'ils sont à la surface, ils ont du mal de s'enfoncer ailleurs que dans les bords.



**Figure 4.** Trajectoires des trois gros grains

Cette observation illustre parfaitement le phénomène de *ségrégation*, aussi appelé « effet noix du Brésil » (les noix du Brésil sont de gros fruits de quelques centimètres de diamètre. Chargées en vrac dans des camions en même temps que d'autres fruits plus petits, elles se retrouvent au sommet du chargement après leur transport bien secoué sur les routes brésiliennes). On peut invoquer plusieurs mécanismes pour expliquer cet effet. Le premier repose sur le fait que, dans la phase ascendante d'un mouvement de vibrations des sphères, celles-ci se dégagent les unes des autres, lorsque l'accélération verticale est plus forte que la pesanteur. Les petites billes peuvent se faufiler plus facilement entre les interstices ainsi créés et auront tendance à remplir la partie inférieure du récipient. Le second mécanisme met en jeu le phénomène de *convection* que nous avons observé très clairement lors de notre simulation. Une polémique s'est développée autour de l'importance relative de ces deux mécanismes. Il semblerait que les phénomènes géométriques sont plus actifs à faibles vibrations, alors que la

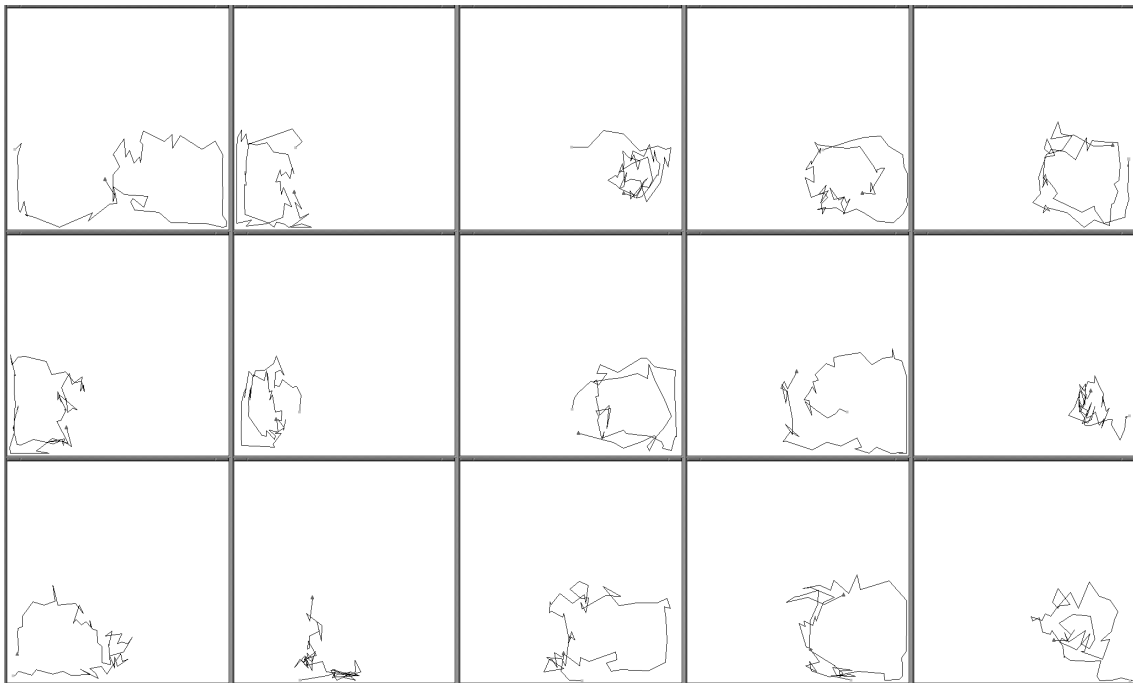
convection est le mécanisme dominant dans le cas de fortes vibrations, comme c'est le cas ici.

Nous avons refait la même expérience sans les gros grains et avec un frottement un peu plus faible contre les parois afin de voir si cela a une influence sur le comportement du milieu.

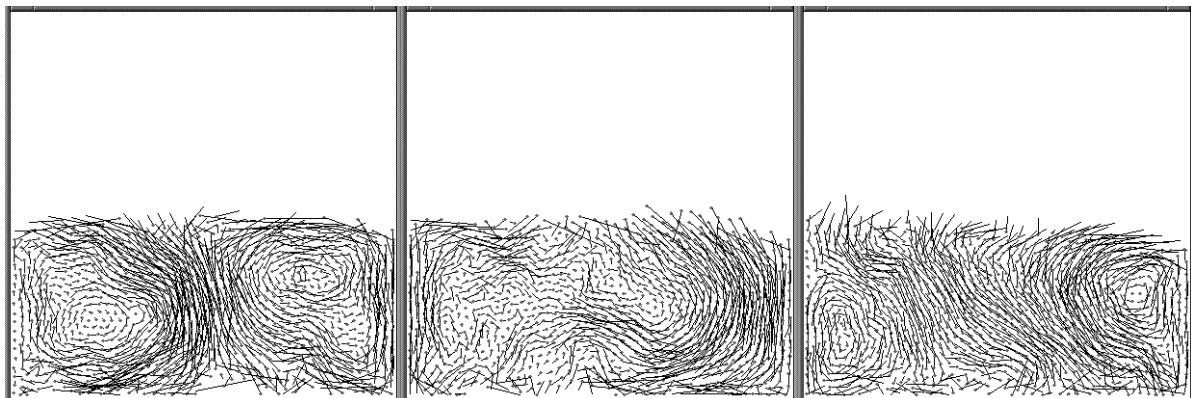
	vitesse	$A$	$f$	$e$	$\mu$
fond	verticale	400 mm	5 Hz	0.4 - 0.6	0.4 - 0.6
mur gauche	-	-	-	0.4 - 0.6	0.4 - 0.6
mur droit	-	-	-	0.4 - 0.6	0.4 - 0.6

*Tableau 2. Paramètres de l'expérience B*

En comparant les fig. 3 et 5, on voit que les mouvements sont du même type. Il semblerait donc que les parois influencent peu le mouvement général du milieu.



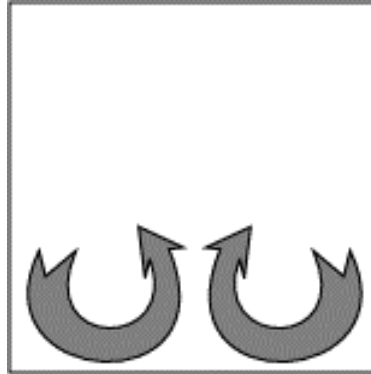
*Figure 5. Trajectoires de certains grains*



*Figure 6. Vitesses du milieu à différents instants*

Les mouvements circulaires sont également visibles si l'on observe les vitesses de toutes les particules en même temps. Les trois instantanés de la fig. 6 ont été pris à différents moments de la simulation. Les vecteurs vitesses ont été obtenus en reliant la position actuelle (représentée par un petit disque) à la position du grain une seconde plus tard. Les centres des tourbillons se déplacent sans cesse, certaines particules ont de très grandes vitesses alors que d'autres sont pratiquement immobiles et les courants sont très différents d'un moment à un autre.

Le mouvement général du milieu peut être schématisé par la figure 7.



*Figure 7. Mouvement général observé dans le cas de vibrations verticales*

En résumé, l'explication de « l'effet birchermüesli » est donc la suivante : **tous** les grains remontent, mais les gros grains ont plus de mal à redescendre que les petits, ce qui a pour effet d'accumuler les gros grains dans le haut du récipient.

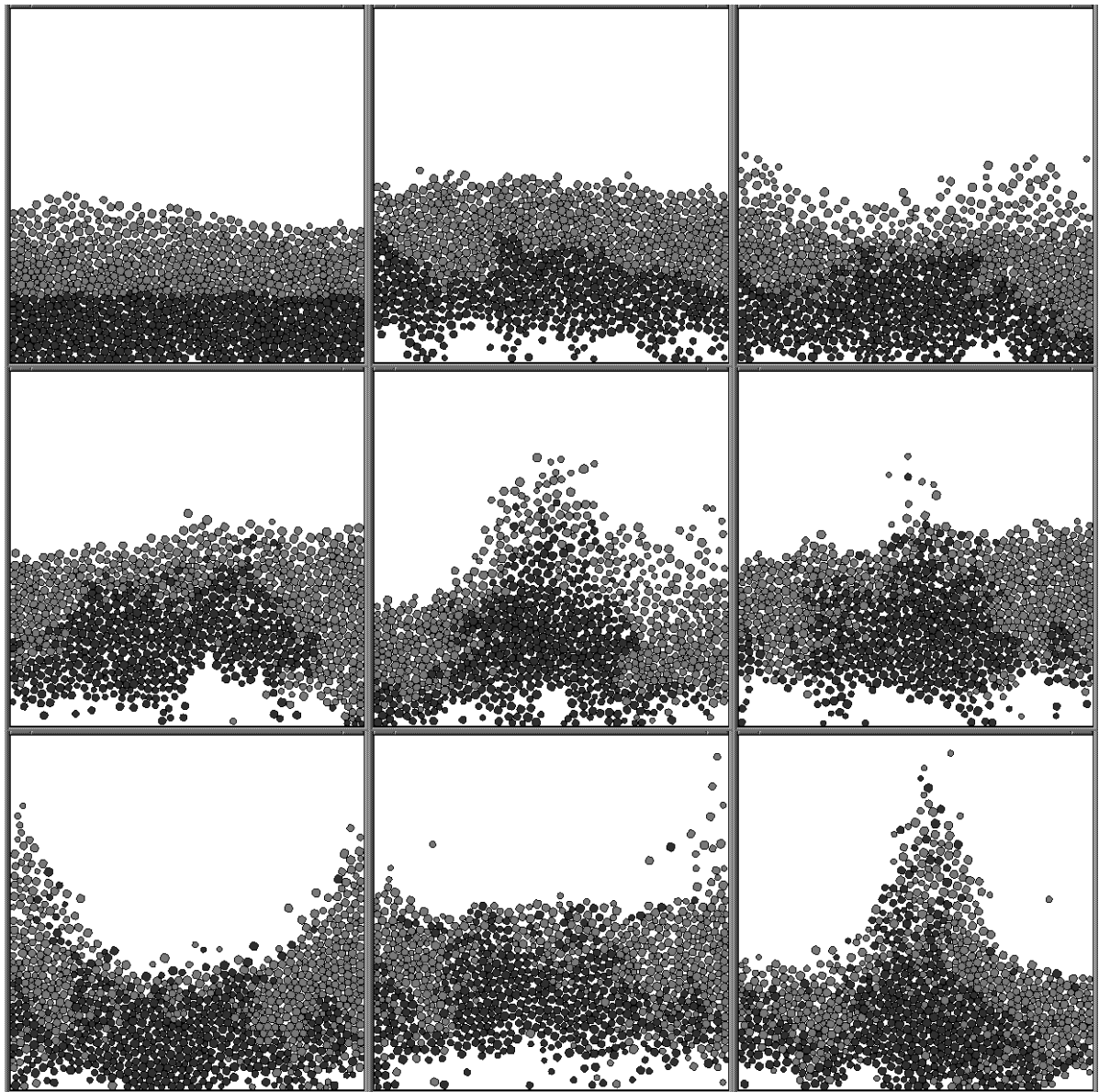
### **Influence de la friction**

Voyons maintenant ce qui se passe si on imprime à la boîte des vibrations verticales et que l'on utilise à l'intérieur de celle-ci des grains ayant un frottement nul, i.e.  $\mu=0$ . Cette simulation est uniquement possible sur ordinateur, puisque des grains ayant une friction nulle n'existent pas dans la nature.

	vitesse	$A$	$f$	$e$	$\mu$
fond	verticale	400 mm	5 Hz	0.4 - 0.6	0
mur gauche	-	-	-	0.4 - 0.6	0
mur droit	-	-	-	0.4 - 0.6	0

*Tableau 3. Paramètres de l'expérience C*

Le milieu se comporte très différemment, comme on le voit ci-dessous. Après quelques secondes, le mouvement général fait penser à un liquide dans lequel on a jeté un caillou.



*Figure 8. Évolution du milieu avec des grains sans friction sous l'effet de vibrations verticales*

## **Conclusion**

Les avantages de la simulation sont bien illustrés par cette série d'expériences : la possibilité de suivre à la trace certaines particules, de faire plusieurs expériences à partir de la même situation initiale, de changer certains paramètres et d'en conserver d'autres, de pouvoir connaître les vitesses des particules à un moment donné, etc. La simulation numérique des milieux granulaires peut apporter beaucoup à la compréhension des phénomènes caractéristiques comme la ségrégation, la convection, etc. Pour le moment, la simulation aide surtout à assouvir notre curiosité scientifique, mais lorsque les simulations seront suffisamment rapides, elle pourra aussi être utilisée comme outil de prédiction et de conception.